

Задание для 10-ого класса

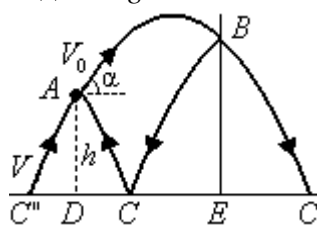
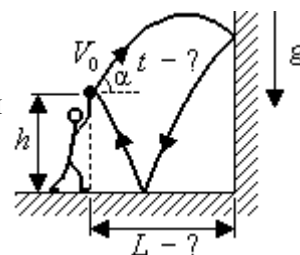
1. На тренировке

На тренировке баскетболист со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с высоты $h = 2,6$ м от пола бросает мяч в вертикальную стенку.

а) На каком расстоянии L от стены при этом он должен находиться, чтобы мяч после абсолютно упругого отражения от стенки и пола вернулся в руки, в точку броска?

б) Через какое время t мяч после броска возвратится в руки?

Соппротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Решение:

Мяч из точки броска (точки А) со скоростью V_0 под углом α к горизонту летит до стены по траектории AB , затем после отражения от стены летит до пола по траектории BC и, наконец, после отражения от пола по траектории CA возвращается в исходную точку А. Поскольку отражение мяча абсолютно упругое, то части траектории BC и CA можем отразить симметрично в соответствующие части BC' и $C'A$. Тогда время движения по траектории $ABCA$ равно времени полета на горизонтальной плоскости по траектории $C''ABC'$, а из-за

$$CD = C''D, EC = EC', DE = DC + EC = L$$

дальность полета по последней траектории дается формулой

$$C''C' = C''D + DE + EC' = 2L = V_x t = 2V_x V_y / g,$$

где V_x и V_y - горизонтальная и вертикальная компоненты скорости мяча в момент его удара в пол, $t = 2V_y/g$ - время полета. Из рассмотрения движения мяча по горизонтали и вертикали выразим эти компоненты скорости и подставим их в последние формулы для дальности и времени полета:

$$V_x = V_{0x} = V_0 \cos \alpha,$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha,$$

$$V_y = (V_{0y}^2 + 2gh)^{1/2} = (V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2},$$

$$t = 2V_y/g = 2(V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2}/g = 2 \text{ с},$$

$$L = V_x(t/2) = (V_0 \cos \alpha)(V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2}/g = 4 \text{ м}.$$

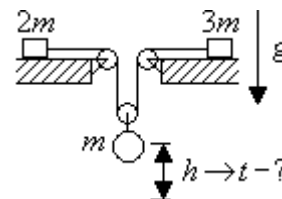
Ответ: а) $L = (V_0 \cos \alpha)(V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2}/g = 4$ м; б) $t = 2(V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2}/g = 2$ с.

Критерии оценивания:

| Шаги выполнения задания | Число баллов |
|---|--------------|
| Разложение движения по вертикали и горизонтали с учетом упругого отражении или представление о зеркальности участков траектории | 3 |
| Формула $V_x = V_{0x} = V_0 \cos \alpha$ | 1 |
| Формула $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$ | 1 |
| Формула $V_y = (V_{0y}^2 + 2gh)^{1/2} = (V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2}$ | 1 |
| Получение $t = 2V_y/g = 2(V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2}/g = 2$ с | 2 |
| Получение $L = V_x(t/2) = (V_0 \cos \alpha)(V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh)^{1/2}/g = 4$ м | 2 |
| Сумма баллов: | 10 |

2. В механической системе

В механической системе на горизонтальной плоскости с отверстием закреплены невесомые и маленькие блоки. Через блоки и еще один подвижный невесомый маленький блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены бруски массой $2m$ и $3m$, а к подвижному грузу прикреплен груз массой m . Первоначально бруски удерживают на плоскости, и вся система заторможена. Через какое время t после растормаживания всей системы груз опустится на расстояние h ? Считайте, что бруски не успевают "доехать" до блоков, все участки нити горизонтальны или вертикальны, трением везде можно пренебречь, ускорение свободного падения g .



Решение:

Обозначим через a_1 , a_2 и a_3 ускорения тел массой m , $2m$ и $3m$ соответственно. Через ускорение груза a_1 из кинематики равноускоренного движения найдем необходимое время t . Для этого с учетом силы натяжения нити T и силы тяжести для груза mg второй закон Ньютона для груза и брусков записывается в виде

$$mg - 2T = ma_1,$$

$$T = 2ma_2,$$

$$T = 3ma_3.$$

Еще из-за нерастяжимости нити из кинематической связи в системе можем записать $a_2 + a_3 = 2a_1$.

Из системы этих четырех уравнений после исключения a_2 , a_3 и T получаем

$$a_1 = (5/29)g.$$

С учетом последнего выражения из кинематики равноускоренного движения окончательно находим

$$t = (2h/a_1)^{1/2} = [58 h/(5g)]^{1/2}.$$

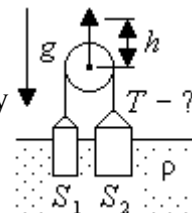
Ответ: $t = [58 h/(5g)]^{1/2}.$

Критерии оценивания:

| Шаги выполнения задания | Число баллов |
|-----------------------------------|--------------|
| Запись 1-ого уравнения | 2 |
| Запись 2-ого уравнения | 2 |
| Запись 3-его уравнения | 2 |
| Запись 4-ого уравнения | 2 |
| Решение системы уравнений и ответ | 2 |
| Сумма баллов: | 10 |

3. Два цилиндра

Два цилиндра с площадями оснований S_1 и S_2 плавают в вертикальном положении в жидкости плотностью ρ . Они соединены перекинутой через блок нитью так, что нить первоначально вытянута, но не натянута (имеет нулевую силу натяжения). Затем блок медленно приподнимают вертикально вверх на высоту h . Найдите возникшую силу натяжения нити T . Считайте, что при подъеме блока цилиндры остаются в воде в вертикальном положении, ускорение свободного падения g .



Решение:

Пусть при подъеме блока на h левый цилиндр (с площадью основания S_1) поднялся на h_1 , а правый - на h_2 . Тогда из кинематической связи с учетом нерастяжимости нити выполняется условие

$$h_1 + h_2 = 2h.$$

**Второй (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников по физике
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра
2019-2020 учебный год**

Поскольку при подъеме цилиндров уменьшение действующей на них выталкивающей силы Архимеда компенсируется силой натяжения нити, то для каждого цилиндра можем записать условие равновесия:

$$T = \rho S_1 h_1 g,$$

$$T = \rho S_2 h_2 g.$$

Из последних двух уравнений находим h_1 и h_2 , подставляем полученные выражения в первое уравнение и из него окончательно находим:

$$h_1 = T/(\rho S_1 g),$$

$$h_2 = T/(\rho S_2 g),$$

$$T/(\rho S_1 g) + T/(\rho S_2 g) = 2h,$$

$$T = 2\rho g h S_1 S_2 / (S_1 + S_2).$$

Ответ: $T = 2\rho g h S_1 S_2 / (S_1 + S_2)$.

Критерии оценивания:

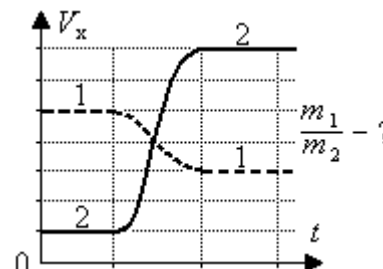
| Шаги выполнения задания | Число баллов |
|--|--------------|
| Запись уравнения уравнений кинематической связи $h_1 + h_2 = 2h$ | 3 |
| Запись уравнения равновесия первого цилиндра $T = \rho S_1 h_1 g$ | 2 |
| Запись уравнения равновесия второго цилиндра $T = \rho S_2 h_2 g$ | 2 |
| Получение выражений для h_1 и h_2 и составление уравнения $T/(\rho S_1 g) + T/(\rho S_2 g) = 2h$ | 2 |
| Его решение и ответ | 1 |
| Сумма баллов: | 10 |

4. Столкновение тел

Столкновение тел. Для двух сталкивающихся тел, движущихся вдоль одной прямой, зависимость скорости от времени показана на графике пунктирной линией для тела 1 и сплошной - для тела 2.

а) Найдите отношение масс m_1/m_2 этих тел.

б) Является ли взаимодействие этих тел абсолютно упругим?



Решение:

Если V - цена одного деления на вертикальной оси скорости на графике, то, как следует из графика, скорость первого тела до столкновения равна $5V$, а второго - V , а после столкновения скорость первого тела становится равной $3V$, а второго - $7V$. С учетом этого из закона сохранения импульса получаем:

$$5m_1 V + m_2 V = 3m_1 V + 7m_2 V,$$

$$m_1/m_2 = 3.$$

Первое тело догоняет второе и после столкновения скорость первого тела уменьшается, а второго - увеличивается.

Взаимодействие тел является абсолютно упругим, так как кинетическая энергия до взаимодействия равна кинетической энергии после взаимодействия:

$$m_1(5V)^2/2 + m_2 V^2/2 = m_1(3V)^2/2 + m_2(7V)^2/2,$$

$$(3m_2)(5V)^2/2 + m_2 V^2/2 = (3m_2)(3V)^2/2 + m_2(7V)^2/2,$$

$$76/2 = 76/2.$$

Ответ: а) $m_1/m_2 = 3$; б) да, является.

Критерии оценивания:

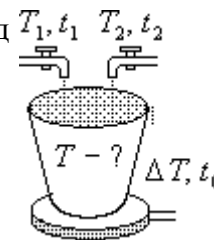
| Шаги выполнения задания | Число баллов |
|-------------------------|--------------|
|-------------------------|--------------|

**Второй (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников по физике
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра
2019-2020 учебный год**

| | |
|--|-----------|
| Запись закона сохранения импульса с учетом данных графика | 4 |
| Решение этого уравнения и получение $m_1/m_2 = 3$ | 2 |
| Запись закона сохранения энергии с учетом данных графика и вывод об абсолютно упругом взаимодействии | 3 |
| Вывод из последнего утверждения об абсолютно упругом взаимодействии | 1 |
| Сумма баллов: | 10 |

5. Нагревание воды

Нагревание воды. В лаборатории на электрическую плитку поставили сосуд и стали сверху наливать воду из нерегулируемых кранов с горячей и холодной водой, а непрерывно выливающуюся через край воду использовать для своих нужд. С какой температурой T будет выливаться вода? Известно, что



- горячая вода имеет температуру $T_1 = 90^\circ$, и сосуд при закрытом кране с холодной водой полностью наполняется за время $t_1 = 40$ с;
- холодная вода имеет температуру $T_2 = 20^\circ\text{C}$, и сосуд при закрытом кране с горячей водой полностью наполняется за время $t_2 = 10$ с;
- на плитке полностью наполненный сосуд нагревается на $\Delta T = 30^\circ\text{C}$ за время $t_0 = 60$ с. Считайте, что передачей тепла окружающей среде, а также теплоемкостью сосуда можно пренебречь, вода выливается в сосуд спокойно и в нем перемешивается.

Решение:

Пусть m_0 - масса воды в полном сосуде, Q - ежесекундное количество тепла, передаваемое от плитки воде. Тогда за единицу времени (ежесекундно) выливается масса воды m_0/t_1 из горячего крана и m_0/t_2 из холодного, а за время t из этих кранов выльются соответственно следующие массы воды

$$m_1 = (m_0/t_1)t = m_0 t/t_1,$$

$$m_2 = (m_0/t_2)t = m_0 t/t_2,$$

которые и будут выливаться из сосуда с установившейся температурой T . Так как при смешивании горячей и холодной воды часть внутренней энергии горячей воды передается холодной и еще от плитки передается тепло, то введем удельную теплоемкость воды c и запишем уравнения теплового баланса:

$$Qt_0 = cm_0\Delta T,$$

$$Qt + cm_1(T_1 - T) = cm_2(T - T_2).$$

Из системы последних двух уравнений после подстановки в них выражений для m_1 , m_2 и исключения Q получаем:

$$Q = cm_0\Delta T/t_0 = [cm_2(T - T_2) - cm_1(T_1 - T)]/t,$$

$$cm_0\Delta T/t_0 = [c(m_0 t/t_2)(T - T_2) - c(m_0 t/t_1)(T_1 - T)]/t,$$

$$T = [t_1 t_2 \Delta T + t_0(T_1 t_2 + T_2 t_1)]/[t_0(t_1 + t_2)] = 42^\circ\text{C}.$$

Ответ: $T = [t_1 t_2 \Delta T + t_0(T_1 t_2 + T_2 t_1)]/[t_0(t_1 + t_2)] = 38^\circ\text{C}.$

Критерии оценивания:

| Шаги выполнения задания | Число баллов |
|---|--------------|
| Запись выражения для m_1 | 1 |
| Запись выражения для m_2 | 1 |
| Введение удельной теплоемкости и Q , запись уравнения $Qt_0 = cm_0\Delta T$ | 2 |
| Запись уравнения теплового баланса $Qt + cm_1(T_1 - T) = cm_2(T - T_2)$ | 3 |
| Решение системы уравнений и получение ответа | 3 |
| Сумма баллов: | 10 |