

Задание для 11-ого класса

1. Точный бросок

Точный бросок. Маша через маленькую дырочку в заборе увидела своего одноклассника Васю, стоявшего на расстоянии $L_1 = 3$ м напротив забора. Она отбежала от забора на расстояние $L_2 = 2$ м, сняла с ноги валенок и бросила его со скоростью $V_0 = 10$ м/с через забор, с надеждой попасть в Васю.

а) Какой угол бросания α Маше подсказала ее женская интуиция, если Вася после этого неделю заикался?

б) При какой высоте забора H такое возможно?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², $\sin 30^\circ = 0,5$, $\sin 15^\circ = 0,27$, $\sin 75^\circ = 0,97$.

Решение:

а) Из формулы для дальности полета получаем:

$$(L_1 + L_2) = V_0^2 \sin(2\alpha)/g,$$

$$\sin(2\alpha) = g(L_1 + L_2)/V_0^2 = 1/2.$$

Поэтому возможны два следующих угла, для которых синус равен 1/2,

$$2\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_1 = 15^\circ;$$

$$2\alpha_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ, \alpha_2 = 75^\circ.$$

б) Из уравнения траектории движения получаем:

$$y = x \tan \alpha - gx^2 / (2V_0^2 \cos^2 \alpha),$$

$$H_{\max 1} = L_2 \tan \alpha_1 - gL_2^2 / (2V_0^2 \cos^2 \alpha_1) = 0,3 \text{ м},$$

$$H_{\max 2} = L_2 \tan \alpha_2 - gL_2^2 / (2V_0^2 \cos^2 \alpha_2) = 4,5 \text{ м}.$$

Здесь при численных расчетах использовано выражение косинуса угла $\cos \alpha = (1 - \sin^2 \alpha)^{1/2}$ через известный синус. Первое решение физически не реально из-за очень малой высоты забора, так как невозможно в таком заборе смотреть через дырочку. Поэтому остается только второе решение.

Ответ: а) $\alpha = 75^\circ$; б) $H < 4,5$ м.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Использование или получение формулы для дальности полета	2
Получение $\sin(2\alpha) = 1/2$	2
Решение последнего $\alpha_1 = 15^\circ, \alpha_2 = 75^\circ$	1
Использование или получение уравнения траектории полета	2
Получение $H_{\max 1} = 0,3$ м, $H_{\max 2} = 4,5$ м	2
Сравнение двух результатов и выбор одного реального а) $\alpha = 75^\circ$; б) $H < 4,5$ м.	1
Сумма баллов:	10

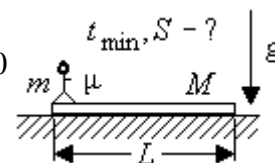
2. Бег по доске

Бег по доске. За какое минимальное время t_{\min} человек массой $m = 80$ кг может пробежать по длинной доске массой 20 кг и длиной $L = 10$ м, которая лежит на горизонтальной ледяной поверхности озера? На какое расстояние S при этом успеет передвинуться доска?

Коэффициент трения между подошвами человека и доской $\mu = 0,1$,

трением между доской и ледяной поверхностью можно пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение:



**Второй (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников по физике
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра
2019-2020 учебный год**

Для минимального времени движения человека необходимо, чтобы со стороны доски на него действовала максимальная сила трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu mg$, направленная вправо. При этом в соответствии с третьим законом Ньютона на доску действует такая же по величине сила, но направленная в противоположную сторону (влево). Под действием этих сил человек будет ускоряться вправо, а доска влево с соответствующими ускорениями

$$a = F_{\text{тр}}/m = \mu g,$$

$$A = -F_{\text{тр}}/M = -\mu mg/M.$$

При этом их относительное ускорение равно

$$a_{\text{от}} = a - A = \mu g(m + M)/M.$$

Тогда в соответствии с кинематикой равноускоренного движения находим необходимое время и перемещение доски:

$$L = a_{\text{от}} t_{\text{min}}^2 / 2,$$

$$t_{\text{min}} = (2L/a_{\text{от}})^{1/2} = \{2ML/[\mu g(m + M)]\}^{1/2} = 2 \text{ с},$$

$$S = At_{\text{min}}^2 / 2 = -mL/(m + M) = -8 \text{ м}.$$

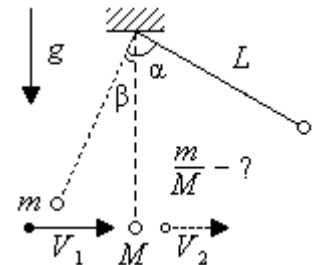
Ответ: $t_{\text{min}} = \{2ML/[\mu g(m + M)]\}^{1/2} = 2 \text{ с}, S = mL/(m + M) = -8 \text{ м}.$

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Учет третьего закона Ньютона и выражение для силы трения	2
Запись второго закона Ньютона для человека	2
Запись второго закона Ньютона для доски	2
Рассмотрение кинематики относительного движения и получение t_{min}	2
Рассмотрение кинематики движения доски и получение S	2
Сумма баллов:	10

3. Стрельба по летящему шару

Стрельба по летящему шару. Нить длиной $L = 90 \text{ см}$ с подвешенным шаром отклоняют от вертикального положения на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпускают без начальной скорости. В момент прохождения шаром нижнего положения в него со скоростью $V_1 = 300 \text{ м/с}$ попадает горизонтально летящая навстречу пули. После попадания в шар пули она пробивает его и вылетает в горизонтальном направлении со скоростью $V_2 = 200 \text{ м/с}$, а нить с шаром, продолжая после столкновения двигаться в прежнем направлении, отклоняется на угол $\beta = 39^\circ$. Найдите отношение масс пули и шара m/M . Размеры пули и шара считайте малыми, сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, $\cos 39^\circ \approx 7/9$, $\cos 60^\circ = 1/2$.



Решение:

Пусть V и V' - скорость шара в нижней точке до и после попадания пули соответственно. Тогда закон сохранения энергии для шара до и после попадания пули, а также закон сохранения импульса для всей механической системы записывается в следующем виде:

$$MgL(1 - \cos \alpha) = MV^2/2,$$

$$MgL(1 - \cos \beta) = MV'^2/2,$$

$$mV_1 - MV = mV_2 - MV'.$$

Из решения системы этих трех уравнений получаем

$$V = [2gL(1 - \cos \alpha)]^{1/2},$$

$$V' = [2gL(1 - \cos \beta)]^{1/2},$$

$$m/M = (V - V')/(V_1 - V_2) = (2gL)^{1/2}[(1 - \cos \alpha)^{1/2} - (1 - \cos \beta)^{1/2}]/(V_1 - V_2) = 0,01.$$

Ответ: $m/M = (2gL)^{1/2}[(1 - \cos \alpha)^{1/2} - (1 - \cos \beta)^{1/2}]/(V_1 - V_2) = 0,01.$

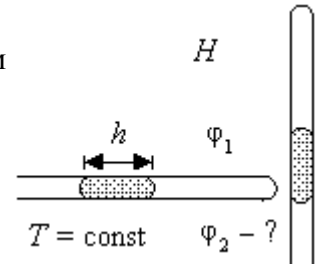
**Второй (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников по физике
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра
2019-2020 учебный год**

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Запись закона сохранения энергии до столкновения	2
Запись закона сохранения энергии после столкновения	2
Запись закона сохранения импульса	3
Решение системы уравнений и получение m/M	3
Сумма баллов:	10

4. Влажность воздуха в пробирке

Влажность воздуха в пробирке. В горизонтально расположенной тонкой пробирке столбиком ртути длиной $h = 76$ мм "зажат" воздух с относительной влажностью $\varphi_1 = 0,80 = 80\%$. Какова будет относительная влажность воздуха φ_2 в пробирке, если ее повернуть в вертикальное положение открытым концом вниз? Атмосферное давление равно $H = 760$ мм рт. ст., температура остается постоянной.



Решение:

Пусть ρ_1 , ρ_2 и ρ_n - плотность водяных паров до и после поворота пробирки и плотность насыщенных паров воды при заданной температуре воздуха; V_1 и V_2 - объем воздуха в пробирке до и после ее поворота соответственно. Тогда

$$\varphi_1 = \rho_1 / \rho_n,$$

$$\varphi_2 = \rho_2 / \rho_n.$$

Отсюда после исключения ρ_n получаем

$$\varphi_2 = \varphi_1 V_1 / V_2.$$

Учтем, что из условия равновесия столбика ртути следует, что давление газа в пробирке до и после ее поворота соответственно равно

$$P_1 = \rho g H,$$

$$P_2 = \rho g (H - h),$$

где ρ - плотность ртути, g - ускорение свободного падения. Поэтому при постоянной температуре, как это следует из закона Бойля-Мариотта, для всего газа в пробирке выполняется условие

$$V_1 / V_2 = P_2 / P_1 = (H - h) / H.$$

Тогда

$$\varphi_2 = \varphi_1 (H - h) / H = 0,72 = 72\%.$$

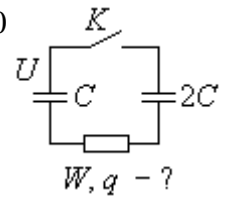
Ответ: $\varphi_2 = \varphi_1 (H - h) / H = 0,72 = 72\%$.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Запись 1-ого и 2-ого уравнения	1
Вывод о том, что $\varphi_2 = \varphi_1 V_1 / V_2$	3
Запись формулы $P_1 = \rho g H$	1
Запись формулы $P_2 = \rho g (H - h)$	2
Закон Бойля-Мариотта и вывод $V_1 / V_2 = P_2 / P_1 = (H - h) / H$.	2
Получение ответа	1
Сумма баллов:	10

5. Зарядка одного конденсатора другим

Зарядка одного конденсатора другим. Конденсатор емкостью $C = 300$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 200$ В, после замыкания ключа K через резистор подключается к незаряженному конденсатору с удвоенной емкостью. Найдите энергию W , рассеянную на резисторе, и заряд q , перетекший через этот резистор.



Решение:

До замыкания ключа K на конденсаторе емкостью C находится заряд $Q = CU$.

После замыкания ключа этот заряд распределяется на двух параллельно соединенных конденсаторах, емкость которых

$$C_{\text{об}} = C + 2C = 3C.$$

Поэтому по закону сохранения энергии

$$W = Q^2/(2C) - Q^2/(2C_{\text{об}}) = (CU)^2/(2C) - (CU)^2/(2 \cdot 3C) = CU^2/3 = 4 \text{ Дж.}$$

При этом новое напряжение на параллельно соединенных конденсаторах равно

$$U' = Q/C_{\text{об}} = (CU)/(3C) = U/3,$$

а заряд на конденсаторе C равен

$$Q' = CU' = CU/3.$$

Поэтому изменение заряда на этом конденсаторе C , которое равно перетекшему через резистор заряду, дается формулой

$$q = Q - Q' = CU - CU/3 = 2CU/3 = 0,04 \text{ Кл.}$$

Ответ: $W = CU^2/3 = 4$ Дж, $q = 2CU/3 = 0,04$ Кл.

Критерии оценивания:

Шаги выполнения задания	Число баллов
Запись 1-ого уравнения	1
Запись 2-ого уравнения	1
Запись закона сохранения энергии с правильными энергиями конденсаторов и получение ответа для W	4
Нахождение нового заряда на конденсаторе C : $Q' = CU/3$	2
Получение $q = Q - Q' = 2q/3 = 2CU/3 = 0,04$ Кл.	2
Сумма баллов:	10