

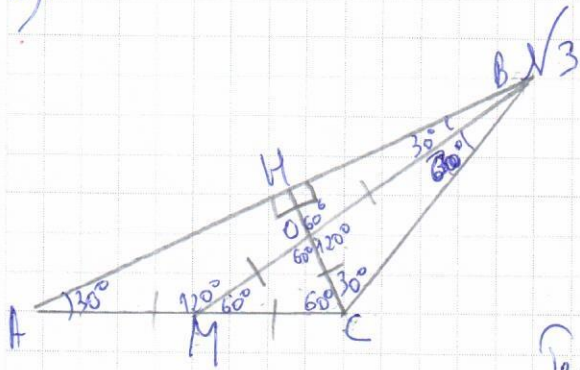
Олимпиадная работа по математике  
 Дата проведения «13» мая 2019 г.

1	2	3	4	5	Σ
7	6	7	0	0	20

ПРОВЕРИЛИ:

ЧЕРНОВА О.В.  
 КАРПОВ Г.Н.  
 МАКОВСКАЯ О.М.

- 1)  $7 \cdot 3 = 21$  (м.) - грузоподъемность 7 грузовиков.  
 2)



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle A = 30^\circ$ , медиана  $BM$   
 высота  $CH$ ,  $BM = CH$

Найти:  $\angle B$ ,  $\angle C$ .

Решение:

- 1)  $\angle AHC = \angle BHC = 90^\circ$ , так  $CH$  - высота  
 $AM = MC$ , так  $BM$  - медиана
- 2)  $\angle ACH = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$   
 Высота  $CH$  делит против  $\angle A = 30^\circ$ , значит  
 $CH = \frac{1}{2} AC$ ;  $CH = AM = MC = BM$
- 3)  $\triangle AMB$  - равнобедрен, так  $AM = MB$   
 $\angle A = \angle MBM = 30^\circ$   
 $\angle AMB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$  - внешний  
 $\angle BMC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$  - внешний  
 $\angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$  - внешний  
 $\angle MOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$  - внешний
- 5)  $\angle MCO = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$   
 $\triangle MCO$  - равносторонний
- 6)  $\triangle BOC$  - равнобедрен, так  $OC = OB$   
 $\angle OBC = \angle OCB = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$

75



$$7) \angle B = \angle ABM + \angle MBC = 60^\circ$$

$$\angle A = 30^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - (80^\circ + 30^\circ) = 70^\circ$$

Ответ:  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle C = 90^\circ$   
 $\sqrt{2}$

Роща - четырехзначное число, где число единиц наибольшим,  
 Дуд - трехзначное число, где число единиц наименьшим,  
 где то же число в "рощу" наименьшее больше  
 "дудов": значит

Роща - 9876 - наибольшее чех значное число, которое получится.

Дуд - 102 - наименьшее трех значное число которое получится

$$\begin{array}{r} 9876 \overline{)102} \\ 914 \quad \overline{)96} \\ \underline{-686} \\ 612 \\ \underline{64} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9876 \\ \underline{64} \\ 2 \end{array}$$

A-2, B-2, - такого числа не может.

Дуд - 103, тогда

$$\begin{array}{r} 9876 \overline{)103} \\ 927 \quad \overline{)95} \\ \underline{-606} \\ 515 \\ \underline{51} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9876 \\ \underline{91} \\ 9785 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9785 \overline{)103} \\ 927 \quad \overline{)95} \\ \underline{-515} \\ 515 \\ \underline{0} \end{array}$$

65

Наибольшее число дудов в роще - 95.

Ответ: 95.



1)  $272 - 256 = 16$  (р.) - <sup>N4</sup> получим "лиш".

Значит 15 человек сказали, что он лжец, и он про кого-то сказал лжец. Соответственно по смыслу слово "лиш" произносится меньше на 16 раз.

$256 : 16 = 16$  (г.) - слово на 2-ой стороне

$16 + 1 = 17$  (г.) - слово на 1-ой стороне, когда слово "лиш" употребили 272 раза.

Ответ: 17 человек об

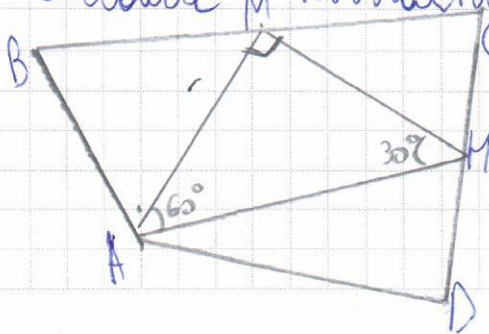
1)  $370 + 372 + 374 + 376 + 378 + 380 + 382 = 7$  камней (самых легких вылезает в <sup>792</sup> <sup>750</sup> <sup>758</sup> узовике)

Всего 7 узовиков, даже если все камни будут самым легким, как в 1-ом узовике, то  $7 \cdot 7 = 49$ , 1 камень не вылезет; но мы знаем, что масса камней увеличивается, а значит

и самых тяжелых камней не получится в узовике, значит это не возможно.

Ответ: Нет, нельзя. об

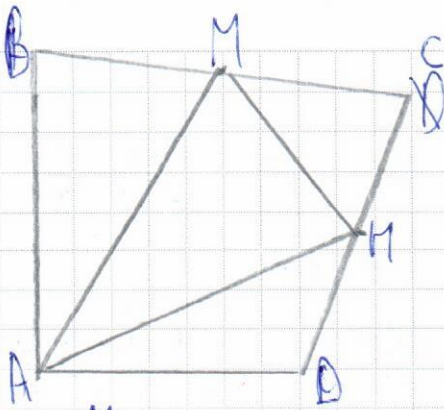
<sup>N5</sup> Угловое  $\alpha$  возможно только если  $\angle BAC$  - тупой, т.к.



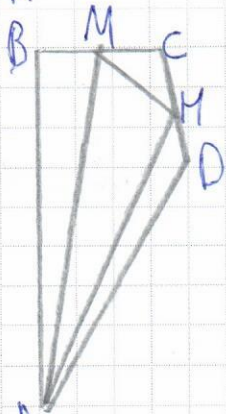
$MA = \frac{1}{2} AB$ , значит  $\angle MAB$  лежит против  $30^\circ$ , а  $\angle AMB = 90^\circ$ . об

В любом другом случае не образуется прямоугольного  $\triangle$  с углом в  $30^\circ$ , лежащего против катета  $AM$





$\angle BAD$  - прямой, но  $AM \neq \frac{1}{2} AC$ , так  
 в  $\triangle AMH$  нет прямого угла и  
 угла в  $30^\circ$  против  $AM$



$\angle BAD$  - острый, но  $AM \neq \frac{1}{2} AC$ , так  
 в  $\triangle AMH$  нет прямого угла и  
 угла в  $30^\circ$  против  $AM$

Ответ:  $\angle BAD$  - тупой

Олимпиадная работа по математике

Дата проведения «13» 11 2019 г.

11.

ПРОВЕРИЛИ: МАКОВСКАЯ О.М.

М. ЧЕРНОВА О.В.

З.П. - КАРПОВА Г.Н.

на 7 грузовиков приходится 50 камней.

Значит минимум одному грузовику надо перевезти 8 камней, подсчитаем массу 8 самых легких камней:  $(370+372+374+356+378+380+382+384) = 3016$ .

$3016 > 3000$ , значит 8 камней перевезти на один грузовик невозможно. Значит грузовик может перевезти максимум 7 камней.  $7 \cdot 7 = 49$ . 7 грузовиков могут перевезти максимум 49 камней, то есть не могут перевезти 50. Ответ: нет 75

12.

дуб  $\geq 102$  минимум равен 102роза  $\leq 9876$  максимум равен 9876 $9876 : 102 = 96$  (ост. 84) ~~все~~ деревьев может быть максимум. $102 \cdot 96 = 9792$  2 одинаковые цифры "9" $103 \cdot 96 = 9888$ .  $9888 > 9876$ .

значит 96 деревьев быть не может 65

 $95 \cdot 102 = 9690$  2 одинаковые цифры "9" $95 \cdot 103 = 9785$ . все цифры различныезначит 95<sup>то</sup> наибольшее число дубов

ответ: 95

14

Пусть атеистов в рыцарях будет  $x$  и  $y$ , причем неважно атеисты- $x$  рыцари- $y$ ; или атеисты- $y$  рыцари- $x$ .



так как нам надо узнать их сумму, а не сколько их по отдельности.

На собрании  $x$  жюри назвали у рыцарей жюри жюри,  $x$  у раз сказали "жюри". Также у рыцарей назвали  $x$  жюри жюри, то есть  $yx$  раз сказали "жюри", а все вместе  $2xy$  раз "жюри".

Когда на следующий день собрании 1 человек не было, то слов "жюри" стало:  $2(x-1)y + 2y(x-1)$

составим систему

$$\begin{cases} 2xy = 272 \\ 2y(x-1) = 256 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 136 \\ 2y(x-1) = 256 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 136 \\ yx - y = 128 \end{cases} \quad | \cdot (-1)$$

$$\begin{cases} xy = 136 \\ -yx + y = -128 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 136 \\ -xy + y = -128 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 136 \\ -xy + y = -128 \end{cases}$$

ложим

$$y = 136 - 128$$

$$y = 8.$$

$$\text{тогда } x = 17$$

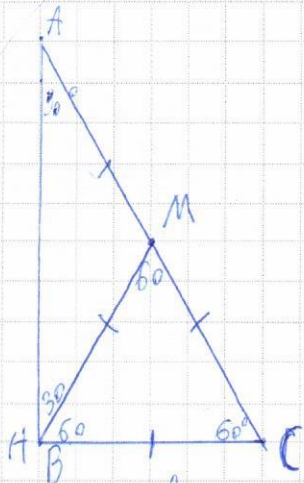
$$17 + 8 = 25 \text{ человек}$$

Примечание: если бы оживовали не жюри, а рыцарь то была бы система:  $\begin{cases} 2yx = 272 \\ 2x(y-1) = 256 \end{cases}$  то есть просто буквы поменялись бы местами. Тогда  $y = 17$ ;  $x = 8$ .  $17 + 8 = 25$  и их сумма все равно равна 25.

Ответ: 25

78





Дано  $\angle A = 30^\circ$ .  $BM$  - медиана,  $CH$  - высота.  
 $BM = CH$

Найти:  $\angle B = ?$ ;  $\angle C = ?$

Для начала построим часть чертежа,

$\triangle ACH$ , где  $\angle H = 90^\circ$ , т.к.  $CH$  - высота.

поставим точку  $M$  на середину  $AC$  и (т.к.  $BM$  - медиана,  $M$  - середина  $AC$ ) и проведем  $HM$ .

$HM$  - медиана проведенная к гипотенузе, а значит равна половине гипотенузы.

$$\angle C = 90^\circ - \angle A$$

$$\angle C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle MHC \text{ т.к. } MC = HM$$

$$\angle HMC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ. \triangle HMC - \text{равносторонний.}$$

Теперь попытаемся поставить точку  $B$ .

т.к.  $B$  будет расположена на прямой  $AH$  и будет удалена от  $M$  на расстояние  $HC$  (т.к.  $HC = BM$  - дано в условии)

т.к.  $HC = MC = HM = AM$ , то  $B$  находится на расстоянии  $HM$  от точки  $M$ .  $\perp$  окруж.  $(M; HM) \cap AH = H, A$ . (т.к.  $HM = MA$ )

$B$  не может находиться в  $A$ . т.к.  $ABC$  - треугольник, значит  $B$  находится в  $H$ , и  $\triangle ABC$  - прямоугольный с прямым углом  $B$ .

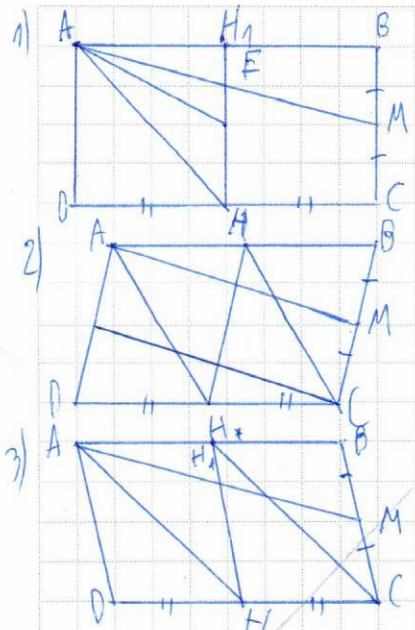
$$\text{значит } \angle B = 90^\circ, \angle C = 60^\circ$$

$$\text{ответ: } \angle B = 90^\circ; \angle C = 60^\circ$$

48



25 об



Дано:  $ABCD$  - параллелограмм.  
 $M$  - середина  $BC$ ;  $H$  - середина  $DB$ .  
 $AM = 2AH$

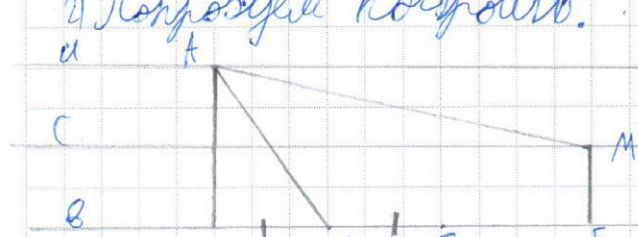
Найти:  $\angle BAD$  - ? прямой, тупой, или острый

1) Рассмотрим черт. 1.  
 Проведем  $HH_1 \parallel AD$   
 $AM \parallel HH_1 \cap HH_1 \cap AM = E$   
 $AE = EM$ .

$\angle AEH_x$  - тупой т.к.  $\angle AEH_x = \angle AH_1H + \angle MAB = 90^\circ + \angle MAB$ .  
 $\angle AEH = \angle AHE + \angle AEH = \frac{1}{2}AM = AE$

Но 2 тупых угла в треугольнике быть не может,  
 значит  $\angle BAD$  не прямой

2) Попробуем построить.



- 1) поставили  $A$ .
- 2) провели  $AH = 2,5$  см.
- 3) провели параллельные прямые из  $A, H$
- 4) провели прямую  $CM$  между  $a$  и  $b$  (по середине и так как  $CM \parallel AB$ )
- 5) провели  $AM$ , так чтобы  $M \in EC$ , и  $MA = 2AH$ .

6)  $AE \perp BE$ ,  $E \in B$ ;  $ME \perp HE$ ,  $E_1 \in B$ ;  $HE = E_1H$   
 7)  $\angle E_1H < \angle HE_1$ ,  $E_2 \in B$ ,  $HE = E_2H$   
 8) если если точка  $D \in EH$ , то  $C \in HE_2$ , и  $DA \perp CM$ , значит  $\angle BAD$  не острый  
 значит. значит  $\angle BAD$  - тупой, т.к. он не острый и не прямой  
 Ответ:  $\angle BAD$  - тупой