МЭ-2019

Всего: 33б.

ШИФР УЧАСТНИКА М-9-15

Олимпиадная работа по Математике
Дата проведения «13» ноября 2019 г.

1	2	3	4	5
7	5	7	7	7

Задача №2

Нет. Чтобы доказать это, постараемся расположить числа по условию. Т.к. все простые числа нечетные (за исключением 2), то нечетные числа нельзя ставить рядом, тогда они займут места по углам и в центре ? (нечетных всего 5). Чтобы наш квадрат выполнял данное нам условие, число в центре в сумме со всеми четными числами от 1 до 9 давал простые значения. Но число 1 и 8 дают 9, что является составным числом. Аналогично 3 и 6; 5 и 4; 7 и 2. Сумма 9 и 6 также является составным числом. 5б

Задача №3

По условию Петя выбежал 1 и после того, как его ~~по~~ обогнали, он ~~ст~~ стал вторым. Ему осталось поменяться с кем то местами 14 раз - число четное, ~~то~~ тогда он конечное место не изменил и пришел вторым.

7б Известно, что Ваня финишировал раньше, тогда он 1. Олег, тогда, закончил гонку на последнем месте
Ответ: Ваня, Петя, Олег

Задача №1

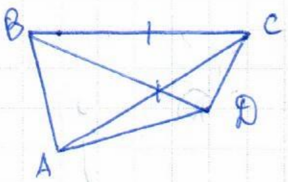
$x^2+2mx+n^2=0$

7б $D_1 = m^2 - n^2 = (m-n)(m+n)$

Многочлен не имеет корней при $n>m$, а при $m>n$ имеет.
Вариант $m=n$ не расматривается т.к. m и n - различные числа.

Т.к. m и n принимают значение чисел из одного промежутка $[1; 100]$, то кол-во значений, для которых $m>n$ и $n>m$ равно. ~~Т~~ Тогда кол-во квадратных трехчленов имеющих и не имеющих корни равно

Ответ: одинаково



Задача №5

Дано: $ABCD$ - чет. $AC = BC$ $AD>DC$

$\angle ADC = 60°$.

Д-ть: $AD+DC>BD$

Д-во:

В $\triangle ACD$ $AD>DC \Rightarrow \angle ACD > \angle CAD$ (на прот большего угла лежит большая сторона) Т.к. $\angle ADC = 60°$, то $\angle ACD + \angle CAD = 120°$ (по сумме углов в тр.) Тогда $\angle ACD > 60°$ и $\angle ACD > \angle ADC \Rightarrow AD > AC$. (на пр. большего угла большая сторона). Т.к. $BC = AC$, то $AD > BC$.

В $\triangle BCD$ по неравенству треугольников $BD < BC + CD$
Т.к $AD > BC$, то и $AD + CD > BD$

Ч.т.д.

Задание №4

Найдем ~~наи~~ наибольшее пятизначное число, которое делится на 17. Это 9999~~8~~. ~~При~~ ~~тобои~~

При любой цифре в разряде единиц число 99998* не разделится нацело на 19. Пойдем дальше, с числами 99998 1 и 999 99977 аналогичная ситуация, число 99977 a ⋮̸ 19 при любых a. Тогда берем число 99960. Подставляем в разряд единиц цифру 9 и получаем 999609.

Ответ: 999609

33 балла

Проверили: С.Виз (Возык С.А.)
Рсf (Салтыкова Р. А.)
(Черевичник С.Т)

МЭ-2019 Всего: 23б.

ШИФР УЧАСТНИКА М-9-5

Олимпиадная работа по ____________________
Дата проведения «___» __________2019 г.

1	2	3	4	5
4	7	5	7	0

№1.

$x^2+2mx+n^2$, где $m\in[1;100]$; $n\in[1;100]$

4б $x^2+2mx+n^2=0$;

$a=1$; $b=2m$; $c=n^2$

$D_1=m^2-n^2 \Longrightarrow$ квадратных трёхчленов, что имеют корни и тех, что не имеют корней, будет равное количество. Ответ: равное.

№2. 7б

Подберём все пары натуральных чисел, которые удовлетворяют условию: 1 и 2; 4; 6) – 3 пары, 2 и 1; 3; 5; 9 – 4 пары, 3 и 2; 4; 8 – 3 пары, 4 и 1; 3; 7; 9 – 4 пары, 5 и 2; 6; 8 – 3 пары, 6 и 1; 5; 7 – 3 пары, 7 и 4; 6 – 2 пары, 8 и 3; 5; 9 – 3 пары, 9 и 2; 4; 8 – 3 пары.

В центральной клетке квадрата может стоять число 2 или 4, т. к. у них по 4 пары.

Число 7 должно стоять в углу квадрата, т. к. образует только 2 пары: 7 и 4; 7 и 6.

Если 2 стоит в центре, то:

	4	7
	2	6

, но пары 2 и 4; 2 и 6 не удовлетворяют условию задачи.

Также если число 4 стоит в центре квадрата, то число 7 не может стоять в углу, потому что числа 4 и 7 образуют пару 7б

	1	
9	4	3
	7	

$\Rightarrow$ разместить в квадрате натуральные числа так, чтобы они удовлетворяли условию нельзя.

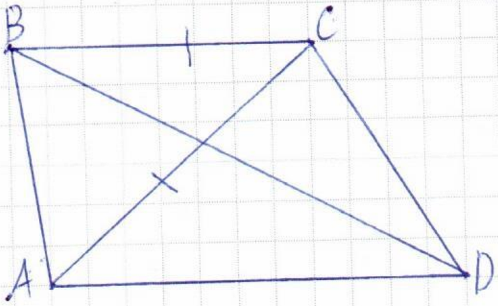
Ответ: нельзя.

$999761 - 152 = 999609$

$99960 \vdots 17$

Ответ: 999609

№3.



Дано: ABCD - четыр., AC = BC, AD > DC, ∠ADC = 60°

Док-ть: AD + DC > BD

0Б

23 балла

Проверили: (Возняк С.А.)

(Салтыкова Р.А.)

(Черевичник С.Т.)

№3.

Т.к. Олег, выбежавший последним, 16 раз менялся местами с другими участниками, то он остался последним или стал первым, потому что число 16 - чётное. О - 1 или 3

Т.к. Петя, выбежавший первым, 15 раз менялся местами с другими участниками, то он не мог остаться первым или стать последним, потому что число 15 - нечётное. Значит Петя второй. П - 2

5б

Т.к. Ваня финишировал раньше Пети, то Ваня прибежал первым. Значит Олег быть первым не мог ⇒ Олег последний.

1 - В; 2 - П; 3 - О

Ответ: Ваня - первый, Петя - второй, Олег - третий.

№4.

7б

999999 : 19 = 52631 (ост. 10)

52631 · 19 = 999989 - наибольшее шестизначное число кратное 19.

99999 : 17 = 5882 (ост. 6)

5882 · 17 = 99994 - наибольшее пятизначное число кратное 17.

$99998\cancel{0} \not\vdots 17$

99994 - 17 = 99977

999989 - 190 = 999799

999799 - 38 = 999761 - не удовлетворяет

$99976 \not\vdots 17$

99977 - 17 = 99960