

ЗАДАНИЯ

7 класс

1. На кружке по математике учитель написал на доске какое-то целое число от 3 до 8. После этого дети по очереди сказали следующее:

1-й: “Это число больше 1”;

2-й: “Это число больше 2”;

.....

29-й: “Это число больше 29”;

30-й: “Это число меньше 29”;

31-й: “Это число меньше 28”;

.....

58-й: “Это число меньше 1”.

Сколько ребят сказали правду? (Ответ пояснить).

2. По данным опроса, проведенном в 7 «Е» классе, выяснилось, что 20% учеников, интересующихся математикой, интересуются еще и физикой, а 25% учеников, интересующихся физикой, интересуются также и математикой. Только Пете с Васей не интересен ни один из этих предметов. Сколько учеников в 7 «Е» классе, если известно, что их больше 20, но меньше 30?

3. Из Простоквашино в Ромашково выехал почтальон Печкин. Одновременно, из Ромашково в Простоквашино вышел кот Матроскин. После их встречи Печкин повернул обратно, а кот Матроскин продолжил свой путь. Почтальон Печкин вернулся в Простоквашино на 30 минут раньше кота Матроскина, а его скорость была в 6 раз больше скорости кота. Сколько времени затратил на путь из Ромашково в Простоквашино кот Матроскин?

4. На листе клетчатой бумаги со стороной клетки 1 см нарисован прямоугольник, стороны которого идут по сторонам клеток. Прямоугольник разрезали на четыре прямоугольника двумя прямолинейными разрезами, также идущими по сторонам клеток. Известно, что у трех из этих прямоугольников площади составляют 12 см^2 , 18 см^2 и 36 см^2 . Чему равна площадь исходного прямоугольника.

5. У трехзначного числа поменяли местами две последние цифры, полученное число сложили с исходным, в результате получили число 1143. Чему равно исходное число? (Найти все варианты).

ЗАДАНИЯ
8 класс

1. Можно ли увезти 50 камней, массы которых равны 370 кг, 372 кг, 374 кг, 376 кг, ..., 468 кг, на семи грузовиках, грузоподъемностью три тонны каждый?

2. ДУБ + ДУБ + ... + ДУБ = РОЩА. Какое наибольшее число дубов может быть в роще? Здесь ДУБ – трехзначное число, а РОЩА – четырехзначное. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам – разные цифры.

3. В треугольнике ABC угол A равен 30° , а медиана BM равна высоте CH . Найдите углы B и C .

4. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Каждый островитянин знает, кем является каждый житель острова. На общем собрании всех жителей острова каждый островитянин сказал про каждого, кем тот является. При этом слово «лжец» прозвучало 272 раза. На следующем таком же собрании один из жителей острова отсутствовал и слово «лжец» прозвучало 256 раз. Сколько жителей живет на острове?

5. Вершину A параллелограмма $ABCD$ соединили отрезками с серединами сторон BC и CD . Один из этих отрезков оказался вдвое длиннее другого. Определите, каким является угол BAD : острым, прямым или тупым.

ЗАДАНИЯ
9 класс

1. Рассмотрим множество квадратных трёхчленов вида $x^2 + 2mx + n^2$, где m и n различные натуральные числа от 1 до 100. Каких больше квадратных трёхчленов – тех, что имеют корни, или тех, которые не имеют корней?
2. Можно ли в клетках квадрата 3 на 3 расположить все натуральные числа от 1 до 9, по одному в каждой клетке так, чтобы сумма любых двух чисел, стоящих в клетках, имеющих общую сторону, равнялась простому числу?
3. Ваня, Петя и Олег участвовали в забеге. В ходе забега Олег, выбежавший последним, 16 раз менялся местами с другими участниками, а Петя, выбежавший первым, — 15 раз. Кроме того, известно, что Ваня финишировал раньше Пети. В каком порядке финишировали спортсмены?
4. Шестизначное число делится на 19, а число полученное вычеркиванием его последней цифры, делится на 17. Найдите наибольшее такое число.
5. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, такой, что $AC = BC$, $AD > DC$, $\angle ADC = 60^\circ$. Докажите, что $AD + DC > BD$.

ЗАДАНИЯ
10 класс

1. Найдите все целые значения a , при которых уравнение $x^2 + ax + a = 0$ имеет целый корень.

2. Шестизначное число A делится на 19. Число, полученное вычеркиванием его последней цифры, делится на 17, а число, полученное вычеркиванием в A двух последних цифр, делится на 13. Найдите наибольшее A , удовлетворяющее этим условиям.

3. Числа x , y , z и t таковы, что $x > y^3$, $y > z^3$, $z > t^3$, $t > x^3$.
Докажите, что $xuzt > 0$.

4. Назовем непустой набор различных натуральных чисел от 1 до 13 хорошим, если сумма всех входящих в него чисел четная. Сколько всего хороших наборов?

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. На продолжении диагонали BD за точку D выбрана точка F такая, что $AF \parallel BC$. Докажите, что окружность, описанная около треугольника ADF , касается прямой AC .

ЗАДАНИЯ
11 класс

1. Найдите последнюю ненулевую цифру числа $20^{50} \cdot 50^{20}$.
2. Числа от 1 до 600 выписаны в строку так, что сумма любых двух соседних чисел не превосходит 800. Докажите, что сумма каких-то двух чисел, стоящих через одного, будет больше 800.
3. Для произвольных натуральных чисел m и n , таких, что $m < n$, определите, какое из чисел $m^2 + \sqrt{m^2 + m}$ или $n^2 - \sqrt{n^2 - n}$ больше.
4. В основании $ABCD$ пирамиды $SABCD$ лежит точка O , причем $SA = SB = SC = SD$ и $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \angle SDO$. Следует ли отсюда, что SO - высота пирамиды?
5. Пусть $P(x) = ax^2 + bx + c$. Известно, что уравнение $P(x) = x$ не имеет действительных корней. Обязательно ли уравнение $\underbrace{P(P(\dots P(x) \dots))}_{2019} = x$ тоже не имеет действительных корней?