

лист №1.

Российская Федерация Тюменская область Ханты-Мансийский автономный округ - Югра
Муниципальное автономное образовательное учреждение "Средняя образовательная школа № 10" города Когалыма
_____ 20__ г.
№ _____

№1.

M-10-7

Запишем на множестве неравенство:

$$ad + bc < ab + cd,$$

$$ad - ab < cd - bc,$$

$$a(d-b) < c(d-b),$$

$$(d-b)(a-c) < 0, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} a-c > 0 \\ d-b < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c < 0 \\ d-b > 0 \end{cases}$$

П.к. графики функций $y = ax + b$ и $y = cx + d$ пересекаются, то y и x равны соответственно.

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$$

$$0 = (a-c)x + b-d$$

$$(a-c)x = d-b$$

П.к. x в \mathbb{R} четверти принимает отрицательные значения, то при $a-c < 0$, $d-b$ будет больше нуля, а при $a-c > 0$, $d-b$ будет меньше нуля.

Это соответствует полученной ранее системе неравенств, значит $ad + bc < ab + cd$ - верно.

Ответ: $ad + bc < ab + cd$ - верно.

№2.

перешел на листе №2.

$$\begin{cases} 19-d+c=x, \\ d=b+2; \end{cases} \begin{cases} b+d=x, \\ d=b+2; \end{cases} \begin{cases} c+17-b=x, \\ d=b+2; \end{cases} \begin{cases} 2b+2=x, \\ d=b+2; \end{cases}$$

Аналогично $\begin{cases} a+c=x, \\ d=b-2; \end{cases} \begin{cases} b+d=x, \\ d=b-2. \end{cases}$

Получаем возможные значения $x=24; x=21;$

Ответ: $x=24; x=21.$

№3.

Рассмотрим две данные таблицы

a	2
b	2
c	2

2	2
b	2
c	2

a	2	2
b	2	2
c	2	2

a	d	g
b	e	h
c	f	k

Как видно из таблиц, $a \cdot b = 2$ и $b \cdot c = 2$

Тогда $\frac{2}{a} \cdot c = 2; \frac{2c}{a} = 2; \frac{c}{a} = 1, c = a$

П.к. a и c не имеют пар, то $x = 2 \cdot 4 + a$ и $x = 2 \cdot 4 + c,$

где x - сумма всех чисел в таблице.

$$\begin{cases} x = 8a, \\ x = 8c; \end{cases}$$

Аналогично равны $a = c = g = k = e$ и $b = d = h = f$

$5y + 4x = n,$ где n - сумма всех чисел, $y = a = c = g = k = e$ и $x = b = d = h = f$

$$\begin{cases} 5y + 4x = n, \\ xy = 2; \end{cases} \begin{cases} \frac{10}{x} + 4x = n, \\ y = \frac{2}{x}; \end{cases} \begin{cases} \frac{10 + 4x^2}{x} = n, \\ y = \frac{2}{x}. \end{cases}$$

Докажем, что при $n = 4\sqrt{10}$, $\frac{10+4x^2}{x} \geq n$.

$$\frac{10+4x^2}{x} \geq 4\sqrt{10} \cdot x \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0.$$

$$4x^2 - 4\sqrt{10}x + 10 \geq 0,$$

$$x^2 - \sqrt{10}x + 2,5 \geq 0,$$

$$D = b^2 - 4ac = 10 - 10 = 0.$$

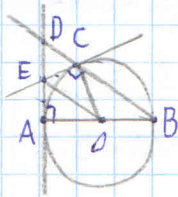
$$x = \sqrt{10} \quad ((2x - \sqrt{10})^2 \geq 0)$$



$x \in (0; +\infty)$, значит у уравнения есть корни такие числа n , которые больше или равны $4\sqrt{10}$, т.е. сумма всех чисел таблицы не меньше $4\sqrt{10}$.

Ответ: $n \geq 4\sqrt{10}$.

70



№4.

Дано: окружность с центром O

AB - диаметр; $C \in \text{отр}(O)$

AE и CE - касательные; $AE \cap BC = D$

Доказать: $AE = ED$.

Доказательство:

Проведем радиус OC ($OC = OA = OB$)

Проведем отрезок OE . (продолжение на листе №2)

Российская Федерация	Тюменская область	Ханты-Мансийский автономный округ
Муниципальное образование	Муниципальное образование	Муниципальное образование
Общеобразовательное учреждение	Общеобразовательное учреждение	Общеобразовательное учреждение
Школа № 17	Школа № 17	Школа № 17
г. Когалыма	г. Когалыма	г. Когалыма
№	№	№
620481 г. Когалыма,	620481 г. Когалыма,	620481 г. Когалыма,
ул. Северная, 1	ул. Северная, 1	ул. Северная, 1

№1 - продолжение

Рассмотрим $\triangle AEO$ и $\triangle CEO$:

- 1) $\angle A = \angle C = 90^\circ$ (угол между радиусом и касательной)
- 2) $AO = OC$ (радиусы)
- 3) EO - общая.

$\triangle AOE = \triangle COE$, из чего следует $AE = EC$.

$$\angle D = 180^\circ - 90^\circ - \angle CBO = 90^\circ - \angle CBO$$

$$\angle DCE = 180^\circ - \angle ECB \text{ (развернутый угол)}$$

$$\angle ECB = 90^\circ + \angle DCB \text{ (}\angle ECO \text{ - прямой)}$$

$$\angle DCB = \angle CBO \text{ (}\triangle OBC \text{ равнобедренный, т.к. } OC = OB \text{ - радиусы)}$$

$$\angle DCE = 180^\circ - (90^\circ + \angle CBO) = 90^\circ - \angle CBO.$$

Значит $\angle D = \angle DCE$, т.е. $\triangle EDC$ равнобедренный с основанием DC и $CE = ED$.

П.к. $CE = AE$, то $AE = ED$, что и требовалось доказать.

Ответ: $AE = ED$.

№2.

$$17 = a + b; \quad 19 = a + c; \quad 24 = b + d; \quad 26 = c + d;$$

$$a = 17 - b; \quad 19 = 17 - b + c; \quad 24 = b + d; \quad 26 = c + d;$$

$$a = 17 - b; \quad c = 2 + b; \quad 24 = b + d; \quad 26 = 2 + b + d;$$

70

$$a=17-b; \quad c=2+b; \quad 24=b+24-b \quad d=24-b;$$

$$b=17-a; \quad b=c-2; \quad 0=0 \quad b=24-d.$$

$$a+(24-d)=17, \quad c+(d-7)=19$$

$$a-d=-7; \quad c+d=26.$$

$$\begin{cases} a+d=20; \\ b+c=20; \end{cases} \quad \begin{cases} a=6,5; \\ b=9. \end{cases}$$

Проверяем а и b и проверяем результаты:

$$a=6,5; \quad b=19-6,5=12,5; \quad c=17-6,5=10,5; \quad d=26-10,5=15,5$$

$$6,5+12,5=19; \quad 6,5+10,5=17; \quad 6,5+15,5=21;$$

$$10,5+13,5=24; \quad 10,5+15,5=26; \quad 12,5+6,5=19$$

$$d=20-6,5=13,5; \quad c=26-13,5=12,5; \quad b=17-6,5=10,5;$$

$$a+b=10,5+6,5=17$$

$$a+c=6,5+12,5=19$$

$$ad=13,5+12,5=26$$

$$b+d=13,5+10,5=24$$

$$a+d=20$$

$$b+c=10,5+12,5=23 \text{ - 6-ая сумма}$$

$$a=9; \quad a=17-9=8; \quad c=19-8=11; \quad d=26-11=15;$$

$$a+b=8+9=17; \quad a+c=11+8=19; \quad a+d=8+15=23; \text{ - 6-ая сумма;}$$

$$b+c=9+11=20; \quad b+d=9+15=24; \quad c+d=11+15=26.$$

Значит, 23 - шестая цифра, и т.к. мы рассмотрим все варианты, которыми могут быть получены данные цифры, единственная.

Ответ: 23.

№5.

Каждый из участников сыграл по 19 игр. Рассмотрим случай, в котором не было ни одной ничьи. В таком варианте есть игрок выигравший все игры, есть игрок проигравший все игры, а остальные выигрывали на 1 игру больше, чем проигрывали.

Тогда у 1 - 8 19 побед; у x^i - 0 побед, а у остальных $4; 2; 3; \dots; 18$ (цифры прогресс. с $d=1$). Все игроки набрали разное число очков, и у всех, кроме x^i , побед больше чем ничьих, т.к. не было ни одной ничьи. Значит мы нашли одно из условий, при котором мы соблюдаются условия задачи.

Ответ: такой участник есть.

Всего 23
Евгений

13.11.17 - оценка
14.11.17 - проверка