

Российская Федерация
Тюменская область
Ханты-Мансийский
автономный округ - Югра

Муниципальное автономное
образовательное
учреждение "Средняя
образовательная
школа № 10"
города Когалыма

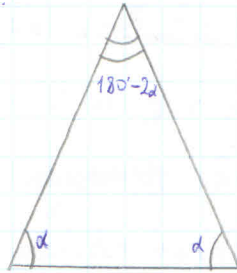
" _____ " _____ 20__ г.

№ _____

50-281 г. Когалым,
улица _____ д. 1

M-11-8

№ 1.



Найти наибольшее
значение выражения
 $2\cos\alpha + \cos(180^\circ - 2\alpha)$

$$2\cos\alpha + \cos(180^\circ - 2\alpha) = 2\cos\alpha - \cos 2\alpha =$$

$$= 2\cos\alpha + 1 - 2\cos^2\alpha$$

$$-2\cos^2\alpha + 2\cos\alpha + 1. \text{ Пусть } \cos\alpha = t.$$

Функция $-2t^2 + 2t + 1$ имеет наибольшее значение

$$\text{при } t = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}$$

$\alpha = 60^\circ$ - имеем равносторонний треугольник.

Сумма косинусов равна $3\cos 60^\circ = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

$$\text{Ответ: } \frac{3}{2}.$$

45.

№ 2. Доказательство от противного.

$$\text{Пусть } n^2 + 3n + 5 = 121k, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$n^2 + 3n + 5 - 121k = 0$$

$$D = 9 - 4(5 - 121k) = 9 - 20 + 121k = 121k - 11$$

Чтобы число n получилось целым, число $121k - 11$

должно являться точным квадратом. ~~числа~~

$$\#2 \text{ (прод.) } 121k - 11 = 11(11k - 1)$$

Чтобы это число являлось точным квадратом, $11k - 1$ должно делиться на 11, что невозможно при натуральном k . Поэтому выражение

18.

$n^2 + 3n + 5$ не делится на 121.

№4. Дано: a, b, c - положительные числа;

$$a < b + c.$$

$$\text{Доказать: } \frac{a}{a+1} < \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1}.$$

$$\text{Докажем, что } \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} - \frac{a}{a+1} > 0$$

$$\frac{b(a+1)(c+1) + c(a+1)(b+1) - a(b+1)(c+1)}{(a+1)(b+1)(c+1)} > 0$$

Знаменатель положителен, рассмотрим числитель:

$$b(ac + a + c + 1) + c(ab + a + b + 1) - a(bc + b + c + 1) =$$

$$= abc + \cancel{ab} + bc + b + \cancel{abc} + \cancel{ac} + bc + c - \cancel{abc} - \cancel{ab} - \cancel{ac} - a =$$

$$= abc + 2bc + b + c - a.$$

abc и $2bc$ положительны, т.к. a, b, c положительны

Т.к. $a < b + c$, то $b + c - a > 0$.

$$\text{Отсюда } \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} - \frac{a}{a+1} > 0 \text{ и}$$

65.

$$\frac{a}{a+1} < \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

№5. Пусть на острове живут x рыцарей и $2017-x$ лжецов,
 a рыцарей в партии левых, b рыцарей в центристах,
 c рыцарей в правых.

Тогда $2015-a$ лжецов находится либо в правых, либо в центристах,
 $509-b$ лжецов - в левых либо правых

$511-c$ лжецов - в левых либо центристах

$Л, Ц, П$ - количество лжецов в партиях. Имеем

$$\begin{cases} 2015-a = П+Ц & Л+П+Ц = 2017-x \\ 509-b = Л+П & a+b+c = x \\ 511-c = Л+Ц \end{cases}$$

$$3035 - a - b - c = 2Л + 2П + 2Ц = 2(2017-x)$$

$$3035 - x = 4034 - 2x$$

$$x = 999.$$

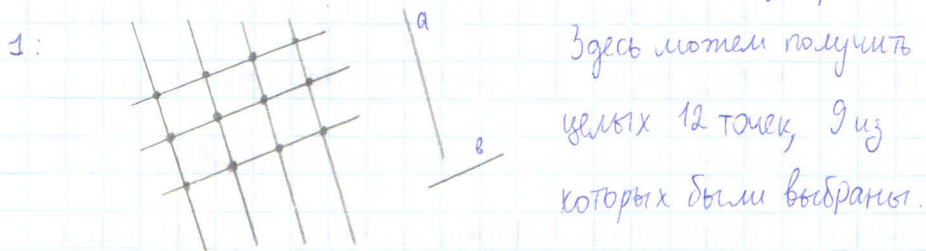
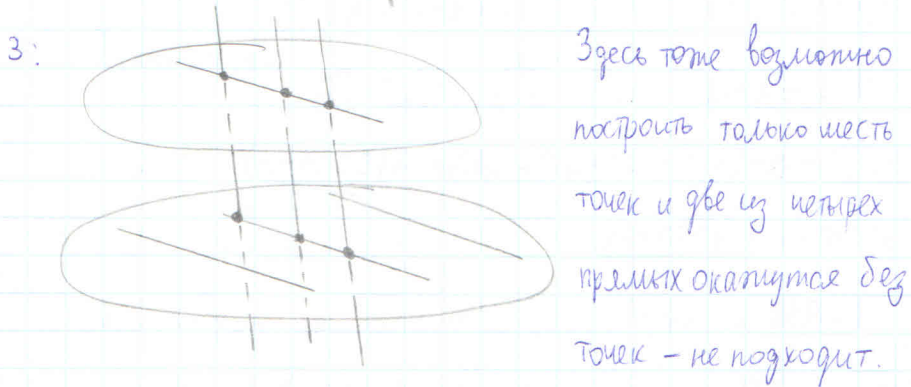
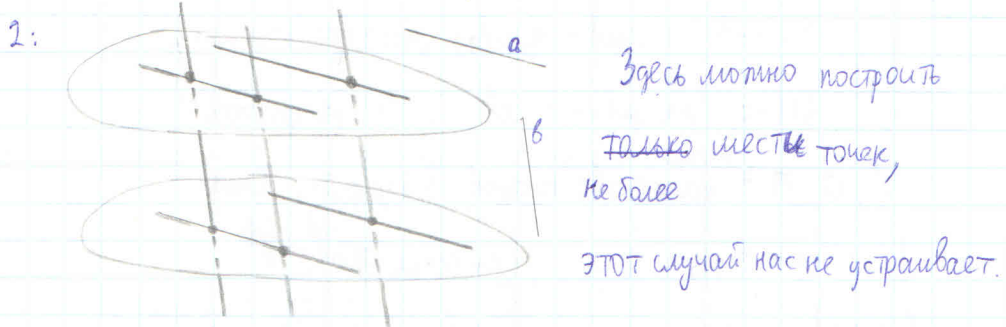
Ответ: 999 рыцарей.

№3. Так как все 9 точек расположены на нескольких
 прямых, то эти точки - это точки пересечения
 прямых. Рассмотрим четыре прямые, параллельные
 прямой a . Через две параллельные прямые
 можно построить только одну плоскость. Тогда через
 четыре параллельные прямые можно построить

75.

не больше двух различных плоскостей. Имеем три случая:

1. Все 4 прямые лежат в одной плоскости
2. Две прямые лежат в одной плоскости, две - в другой.
3. Три прямые лежат в одной плоскости, одна - в другой.



08.

Итак, все семь прямых лежат в одной плоскости.

Всего: 210.

14. 11. 2017г.

Андрей
Moulinet